2009年中华人民共和国普通高等学校联合招收
华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试
数　学

满分150分，考试用时120分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

1、设复数 $z=1+i$，若 $(z+a)(\bar{z}-a)$ 是纯虚数，则实数 a 等于　（　　）

A $\sqrt{2}$　　B 2　　C $\pm\sqrt{2}$　　D ± 2

2、设有平面 α 和任意直线 m，则在 α 内必有直线 n，使 n 与 m　（　　）

A 平行　　B 相交　　C 互为异面直线　　D 垂直

3、设 $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+c, x<2 \\ \sqrt{x^2+5}, \quad x\geq 2 \end{cases}$ 若 $f(x)$ 是连续函数，则 $c=$　（　　）

A 7　　B 6　　C 4　　D 3

4、若方程 $2x^2-y^2=m$ 表示的曲线是焦点在 y 轴上、焦距为4的双曲线，则 $m=$　（　　）

A $\frac{32}{3}$　　B $\frac{8}{3}$　　C $-\frac{8}{3}$　　D $-\frac{32}{3}$

5、若 a、b、c 是实数，且 $a\geq b$，则　（　　）

A $a(a+c)\geq b(b+c)$　　B $a(a-c)\geq b(b-c)$

C $|a+b|\geq|a-c|+|c-b|$　　D $a|ac|\geq b|bc|$

6、设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{3}{2}(a_n-2)$，则 $a_n=$　（　　）

A $2\times 3^{n-1}$　　B 2×3^n　　C 3^n+3　　D 3^n-3

7、极坐标方程 $2\rho\cos^2\frac{\theta}{2}=5$ 表示的曲线是　（　　）

A 圆　　B 椭圆　　C 双曲线　　D 抛物线

8、在$\triangle ABC$中，已知$\sin A=\dfrac{3}{5}$，$\cos B=\dfrac{5}{13}$，则$\cos C=$ （ ）

A $\dfrac{16}{65}$ B $-\dfrac{16}{65}$ C $\dfrac{16}{65}$或$\dfrac{56}{65}$ D $-\dfrac{63}{65}$

9、函数$y=f(x)$的图像与$y=2^x$的图像关于直线$x+y=0$对称，则$f(x)=$ （ ）

A $-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ B $\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ C $-\log_2 x$ D $\log_2 x$

10、设$f(x)=2-ab+(a+b)x-x^2$，若$f(-2)=f(4)=0$，则以a、b为两根的二次方程可写为 （ ）

A $x^2-2x-10=0$ B $x^2-2x-6=0$ C $x^2-2x+6=0$ D $x^2+2x-6=0$

11、若函数$f(x)=x^2-4x+\dfrac{a}{x}$在区间$(1,+\infty)$是增函数，则常数a的取值范围为 （ ）

A $(-\infty,-2]$ B $\left(-\infty,-\dfrac{27}{4}\right]$ C $\left(-\infty,-\dfrac{64}{27}\right]$ D $\left[-\infty,-\dfrac{32}{27}\right]$

12、在ΔABC中，点D、E满足$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EC}$，设点$P=AE\bigcap CD$，$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则$(\lambda,\mu)=$ （ ）

A $\left(\dfrac{2}{7},\dfrac{4}{7}\right)$ B $\left(\dfrac{1}{7},\dfrac{2}{7}\right)$ C $\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{2}\right)$ D $\left(\dfrac{4}{15},\dfrac{8}{15}\right)$

二、填空题 ：本大题共8小题，每小题4分，共32分。把答案填在题中横线上。

13、在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知$AB=BC=1$，$AA_1=2$，则顶点A到对角线A_1C的距离为________

14、抛物线$y^2=-10x$的准线方程为________

15、函数$f(x)=\cos\left(3x+\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)$的最小正周期为________

16、函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(\cos x+\sin x)\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$的最小值为________

17、在空间直角坐标系$o-xyz$中，经过$A(1,0,2)$、$B(1,1,-1)$、$C(2,-1,1)$三个点的平面方程为________

18、设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$5S_{12}-12S_5=42$，则其公差为________

19、多项式$x^4+2x^3-4x^2-2x+3$与x^3+4x^2+x-6的最大公因式是________

20、某质检员检验一件产品时，把正品误判为次品的概率为0.1，把次品误判为正品的概率为0.05，如果一箱产品中含有8件正品，2件次品，现从中任选1件让该质检员检验，那么出现误判的概率为______

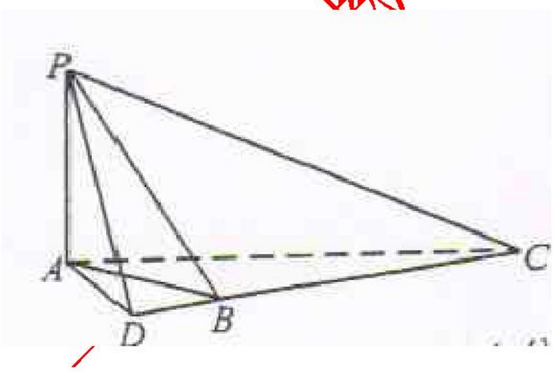
三、解答题

21、（本题满分 14 分）

曲线$x^2y=8$按向量$\vec{e}=(1,2)$平移后得到的曲线C与直线$l:2x+y=a$相切，求a的值以及C与l公共点的坐标

22、（本题满分 14 分）

如图，在三棱锥$P-ABC$中，$PA\perp$平面ABC，$\angle PCB=30^0$，二面角$P-BC-A$等于60^0，且$PB=BC$，求$\tan\angle BAC$的值，并比较$\angle BPC$与$\angle BAC$的大小



23、（本题满分 14 分）

在边长为 4 的正 ΔABC 中，点 E、F 分别在边 AB、AC 上，且 ΔAEF 的面积等于 ΔABC 面积的一半，求 $\overrightarrow{EF}\bullet\overrightarrow{BC}$ 的取值范围

24、（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (a>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，右准线 l 与 x 轴的交点为 E

（1）当 F_2 是 F_1E 的中点时，求 a；

（2）若对于 l 上的任意点 P，$\dfrac{|PF_2|}{|F_1F_2|}\neq 2$，求椭圆离心率 e 的取值范围

25、（本题满分 15 分，文史类考生不做）

设 $f_n(x)=(1+px)(1+p^2x)\bullet\bullet\bullet(1+p^nx)$，其中 n 是正整数，常数 $p>0$，用 a_n 和 b_n 分别表示展开式中 x 的系数和 x^2 的系数

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）当 $p\neq 1$ 时，证明存在等比数列 $\{c_n\}$ 和常数 c 满足 $b_n=(c_n-c)(c_{n+1}-c)$，并求出该数列的通项公式 c_n 和常数 c

26、（本题满分 15 分，理工农医类考生不做）

设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (a>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，右准线 l 与 x 轴的交点为 E

（1）当 F_2 是 F_1E 的中点时，求 a；

（2）若对于 l 上的任意点 P，线段 F_1P 的中垂线都不经过点 F_2，求椭圆离心率 e 的取值范围

27、（本题满分 15 分，理工农医类考生不做）

设 $f_n(x)=(1+px)(1+p^2x)\bullet\bullet\bullet(1+p^nx)$，其中 n 是正整数，常数 $p>0$，用 a_n 和 b_n 分别表示展开式中 x 的系数和 x^2 的系数

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）当 $p=2$ 时，证明存在等比数列 $\{c_n\}$ 和常数 c 满足 $b_n=(c_n-c)(c_{n+1}-c)$，并求出该数列的通项公式 c_n 和常数 c